Simulare, Bacalaureat, 18 mai 2021
Proba E. c)
Matematică *M_mate-info*
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Filiera teoretică: profilul real, specializarea matematică-informatică

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total obţinut pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **30 puncte**

1.	$z^2=(1-i)^2=1-2i+i^2=-2i$	**2p**
	$z^4=(-2i)^2=4i^2=-4\Rightarrow(1-i)^4+(1-i)^2+2i+4=0$	**3p**
2.	$V\left(-\frac{b}{2a},-\frac{\Delta}{4a}\right)\Rightarrow-\frac{\Delta}{4a}=1$	**3p**
	$a=\frac{5}{4}$	**2p**
3.	$\lg\left(x^2+x-2\right)=\lg\left(10\cdot\frac{x-1}{2}\right)\Rightarrow x^2+x-2=5x-5\Rightarrow x^2-4x+3=0$	**3p**
	$x=1$, care nu convine, sau $x=3$, care convine	**2p**
4.	Mulțimea numerelor naturale de două cifre distincte are 81 de elemente, deci sunt 81 de cazuri posibile	**2p**
	Mulțimea numerelor naturale de două cifre distincte, care sunt multipli de 8 are 10 elemente, deci sunt 10 cazuri favorabile	**2p**
	$p=\frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}}=\frac{10}{81}$	**1p**
5.	$D(2,2)$, deci $M(5,6)$, unde M este mijlocul segmentului CD	**2p**
	$m_{AC}=3$, deci ecuația dreptei este $y-6=3(x-5)$, deci $y=3x-9$	**3p**
6.	$\cos C=-\frac{\sqrt{2}}{2}\Rightarrow\sin C=\frac{\sqrt{2}}{2}$	**3p**
	$\frac{AB}{\sin C}=2R\Rightarrow R=\sqrt{2}$	**2p**

SUBIECTUL II **30 puncte**

1.	**a)** $A(0)=\begin{pmatrix}2&1&0\\4&1&0\\1&0&-1\end{pmatrix}\Rightarrow\det\left(A(0)\right)=\begin{vmatrix}2&1&0\\4&1&0\\1&0&-1\end{vmatrix}=$	**2p**
	$=-2+0+0-0-(-4)-0=2$	**3p**
	b) $\det\left(A(m)\right)=2(1-m)(1+m)$, pentru orice număr real m	**3p**
	Matricea $A(m)$ este inversabilă $\Leftrightarrow\det\left(A(m)\right)\neq0\Leftrightarrow m\in\mathbb{R}\setminus\{-1,1\}$	**2p**

	c) $m\in\mathbb{R}\setminus\{-1,1\}\Rightarrow\det\left(A(m)\right)\neq 0$, deci sistemul de ecuații are soluția $\left(1,\frac{2}{m+1},\frac{2}{m+1}\right)$, unde $m\in\mathbb{R}\setminus\{-1,1\}$	**3p**
	$\frac{y_0}{z_0}=\frac{\frac{2}{m+1}}{\frac{2}{m+1}}=1=x_0$, pentru orice număr real $m\in\mathbb{R}\setminus\{-1,1\}$	**2p**
2.	a) Demonstrăm că $\forall x,y,z\in\mathbb{R}$ avem $(x\circ y)\circ z=x\circ(y\circ z)$ $(x\circ y)\circ z=\left(\sqrt[3]{x}+\sqrt[3]{y}\right)^3\circ z=\left(\sqrt[3]{x}+\sqrt[3]{y}+\sqrt[3]{z}\right)^3$	**3p**
	$x\circ(y\circ z)=x\circ\left(\sqrt[3]{y}+\sqrt[3]{z}\right)^3=\left(\sqrt[3]{x}+\sqrt[3]{y}+\sqrt[3]{z}\right)^3$	**2p**
	b) $7^3\circ x^3\circ\left(8x^3\right)=\left(\sqrt[3]{7^3}+\sqrt[3]{x^3}+\sqrt[3]{8x^3}\right)^3=(7+x+2x)^3=$	**3p**
	$=(7+3x)^3\Rightarrow(7+3x)^3=64\Rightarrow 7+3x=4\Rightarrow x=-1$	**2p**
	c) $1^3\circ 2^3\circ 3^3\circ\ldots\circ n^3=(1+2+3+\ldots+n)^3$	**3p**
	$\frac{1^3\circ 2^3\circ 3^3\circ\ldots\circ 2021^3}{(1+2+3+\ldots+2021)^3}=\frac{(1+2+3+\ldots+2021)^3}{(1+2+3+\ldots+2021)^3}=1\in\mathbb{Z}$	**2p**

SUBIECTUL III **30 puncte**

1.a)	$f'(x)=\frac{(2x+1)'e^x-e^x(2x+1)}{e^{2x}}=$	**2p**
	$=\frac{(2-2x-1)e^x}{e^{2x}}=\frac{1-2x}{e^x},\ x\in\mathbb{R}$	**3p**
b)	$\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{2x+1}{e^x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{2}{e^x}=0\Rightarrow$	**3p**
	$\Rightarrow y=0$ asimptotă orizontală spre $+\infty$	**2p**
c)	$f'(x)=0\Rightarrow x=\frac{1}{2}$	**2p**
	$f'(x)\geq 0$ pentru orice $x\in\left(-\infty,\frac{1}{2}\right]\Rightarrow f$ este crescătoare pe $\left(-\infty,\frac{1}{2}\right]$	**1 p**
	$f'(x)\leq 0$ pentru orice $x\in\left[\frac{1}{2},+\infty\right)\Rightarrow f$ este descrescătoare pe $\left[\frac{1}{2},+\infty\right)$	**1 p**
	$\frac{1}{2}$ punct de maxim pe $\mathbb{R}\Rightarrow f(x)\leq f\left(\frac{1}{2}\right)$, $f\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{2}{e^{\frac{1}{2}}}=\frac{2}{\sqrt{e}}\Rightarrow f(x)\leq\frac{2}{\sqrt{e}}$, pentru orice număr real x	**1 p**
2.a)	$\int\limits_0^1 f^2(x)dx=\int\limits_0^1\left(x^2+1\right)dx=\left.\left(\frac{x^3}{3}+x\right)\right\|_0^1=$	**3p**
		2p

	$=\frac{1}{3}+1-0=\frac{4}{3}$	
b)	$\int_{-1}^{1}\lvert xf(x)\rvert dx=-\int_{-1}^{0}x\sqrt{x^2+1}dx+\int_{0}^{1}x\sqrt{x^2+1}dx=$	**3p**
	$=-\frac{1}{3}\left(x^2+1\right)^{\frac{3}{2}}\Big\rvert_{-1}^{0}+\frac{1}{3}\left(x^2+1\right)^{\frac{3}{2}}\Big\rvert_{0}^{1}=-\frac{1}{3}+\frac{2\sqrt{2}}{3}+\frac{2\sqrt{2}}{3}-\frac{1}{3}=\frac{4\sqrt{2}-2}{3}$	**2p**
c)	$\lim\limits_{x\to 0}\frac{1}{x^2}\int_{0}^{x}t\cdot f(t)dt=\lim\limits_{x\to 0}\frac{\int_{0}^{x}t\cdot f(t)dt}{x^2}\overset{L'H}{=}\lim\limits_{x\to 0}\frac{x\,f(x)}{2x}=$	**3p**
	$=\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sqrt{x^2+1}}{2}=\frac{1}{2}$	**2p**